

Referat von Peter Gallin an der BLK-Tagung vom 22./23. 11. 1999 in Gotha
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

Dialogischer Mathematikunterricht: Lernen mit Kernideen und Reisetagebüchern

Was ich in den nächsten 35 Minuten erzähle, handelt von der Evolution eines Unterrichtsstils, der im interdisziplinären Dialog zwischen den Fächern Sprache und Mathematik am Gymnasium entstanden ist. Dabei geht es nicht um die Repräsentation der Schweiz schlechthin, sondern um die Darstellung einer Unterrichtskultur, die vor allem im Bereich der Grundschule in der Schweiz im Aufbau begriffen ist.

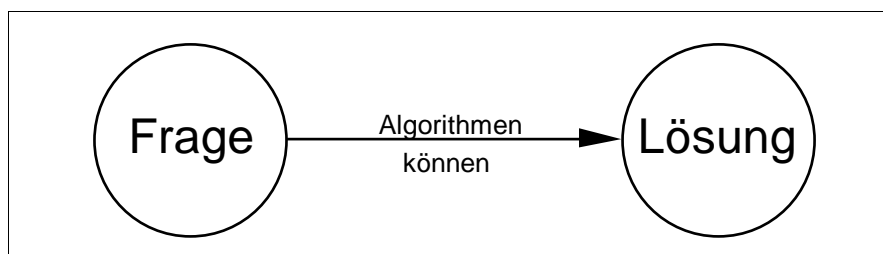
Es ist das Ergebnis einer über 20-jährigen Zusammenarbeit zwischen mir, dem Mathematiker, und einem Germanisten, dem Deutschlehrer Urs Ruf, der in der Zwischenzeit zum Professor für allgemeine Didaktik an die Universität Zürich berufen worden ist.

Zwangsläufig ist also die Darstellung hier enorm gerafft. Wer sich eingehender über das dialogische Lernen ins Bild setzen will, sei auf unsere diesjährige Publikation "Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik" verwiesen, die bei der Kallmeyerschen Verlagsbuchhandlung in Form von zwei Bänden erschienen ist (siehe Literaturverzeichnis im Anhang).

Da in der ersten Begegnung von Urs und mir vor über 20 Jahren alle Merkmale des dialogischen Lernens im Keim schon vorhanden waren, will ich kurz davon erzählen und daran auch eine kleine "Theorie" entwickeln.

Urs war – wie wir das heute bezeichnen – von seinem gymnasialen Unterricht mathematisch geschädigt worden. Mathematikschädigung äussert sich unter anderem darin, dass ein Geschädigter angesichts eines neuen Problems instinktiv fragt: "Welche Formel muss ich nehmen?" Das ist die etwas nettere Version des bekannten Schülerprotests: "Das haben wir aber nicht gehabt!"

Graphisch lässt sich das Bild von Mathematik in einem mathematikgeschädigten Menschen so symbolisieren:



Für Urs bestand der Mathematikunterricht aus Fragen, die er nicht verstand. Die Algorithmen waren Lösungsmuster, die er nicht durchschaute und die Lösungen schliesslich waren Antworten, die ihn nicht interessierten. Es tut einem Mathematiker weh, wenn ihm ein so trauriges Bild der Mathematik entgegengehalten wird.

Aber ich greife vor. Von all dem wusste ich nichts, als ich im Lehrerzimmer unseres Gymnasiums in Wetzikon bei Zürich Urs Ruf vor ein kleines Mathematikproblem stellte. Bereits als junger Mathematiklehrer interessierte mich nämlich die Reaktion meiner Mitmenschen angesichts unerwarteter Fragestellungen, die vorerst gar nicht nach Mathematik aussehen, sich aber durchaus dahin ausdehnen können. Daher sammelte ich schon früh kleine Probleme, denen man im Alltag begegnet und die die Mathematik im Keim in sich tragen.

Testen Sie sich selbst! Wie reagieren Sie auf die Probleme, die im folgenden autobiographischen Auszug aus dem zweiten Band von "Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik" zur Sprache kommen?

Mathematik fängt für mich an, lange bevor die erste Zahl oder der erste Buchstabe ins Spiel kommt. Sie meldet sich unversehens, wenn mir etwas Ungewohntes oder Unerwartetes begegnet, ein Gartenschlauch zum Beispiel, der nach dem Gebrauch vor mir am Boden liegt und wieder ordentlich in o-förmigen Schlaufen an die Wandhalterung gehängt werden soll. Natürlich ärgere ich mich einen Moment lang über das sperrige Ding, das sich meiner unkundigen Behandlung nicht fügen will. Aber schnell halte ich inne. Ich betrachte das Gewirr von aufbäumenden Schlaufen, das ich erzeugt habe, und überlege mir, wie ein solcher Schlauch denn überhaupt beschaffen ist und wie er behandelt werden will. *Wissen wollen, wie etwas funktioniert.* Das ist die Kernidee, die mich hier inspiriert. Es ist die Kernidee, die mich veranlasst hat, Mathematik und Physik zu studieren, und es ist die Kernidee, die mich bei meiner Beschäftigung mit wissenschaftlichen Fragen antreibt. Diese Kernidee macht nicht Halt an der Grenze meines Fachgebiets, sie beeinflusst mich auch in allen andern Lebensbereichen. Beim Telefonieren zum Beispiel, wenn ich verwundert mein Spiralkabel betrachte und mir überlege, ob die unschöne Fehlstelle, bei der eine Linksschraube in eine Rechtsschraube übergeht, ein irreparabler Defekt sei. Oder beim Fahrradfahren: Ich versuche, meinen Ersatzreifen knickfrei und unverdreht möglichst klein aufzuwickeln. Drei Schlaufen schaffe ich und überlege mir dann, ob es auch mit vier oder fünf möglich wäre. Dabei fällt mir ein, dass sich auch Schreiner vor solche Probleme gestellt sehen, wenn sie ihre scharfen Bandsägeblätter ohne Beschädigung platzsparend einrollen wollen. Mit Sägeblättern möchte ich allerdings nicht experimentieren, selbst der Fahrradreifen entspricht nicht meinen Wunschvorstellungen. Viel lieber ziehe ich mich mit einem breiten, o-förmigen Gummiband ins stille Kämmerlein zurück und wickle es um meinen Finger. Oder dann noch eine Beobachtung beim Auslöffeln eines Joghurtbechers: Warum haben viele Joghurtbecher etwa

7 Millimeter unterhalb des obersten Randes eine zusätzliche Ausbuchtung, der man mit dem Löffel besonders sorgfältig nachfahren muss, wenn man sauber ausputzen will?

Welchen Algorithmus, welche Formel muss ich nehmen, um das Problem möglichst rasch vom Tisch zu haben, war damals die erste Reaktion von Urs, als ich ihm von einem Problem beim Tanken meines Autos erzählte. Aber er liess sich nichts anmerken und ich erkannte nicht, dass er in totalen Stress geriet, weil er eben nicht wusste, welche Formel da am besten genommen werden muss.

Als Germanist hatte er gelernt: Angriff ist die beste Verteidigung. Und so sagte er: "Was du mir hier erzählst, ist gar nicht vollständig. Es kommt mir vor wie bei den Textaufgaben, wo der Autor auch gequält ein Geschichtchen erzählt, das Entscheidende verschweigt und wie die Katze um den heissen Brei schleicht. Würde er es sagen, wäre das Problem sofort vom Tisch." Als ich verneinte und behauptete, dass ich alles gesagt hätte, erwiderte er: "Gut, ich beweise es dir, ich schreibe alles auf, was du mir gesagt hast, oder besser: wie ich es verstanden habe."

Gesagt, getan. — Als ich seinen Text las, sagte ich tatsächlich: "Hier fehlt etwas!" Sein Triumph war natürlich gross. "Genau das wollte ich ja beweisen", sagte er. Aber ich liess nicht locker und machte weiter. Ich schrieb seinen Text um und gab ihm die neue Fassung zum Lesen. Da sagte er: "Jetzt verstehe ich die Geschichte nicht mehr." Er schrieb die Geschichte erneut um, worauf ich sagen musste: "Jetzt ist die Aufgabe nicht mehr lösbar."

So ging die Geschichte mehrmals hin und her, bis wir beide mit der Textfassung einverstanden waren. Hier das Ergebnis, aus dem dann schliesslich ein 50 Denkaufgaben umfassendes Büchlein wurde, das 1981 unter dem Titel "Neu entdeckte Rätselwelt" im Silva-Verlag Zürich erschienen ist.

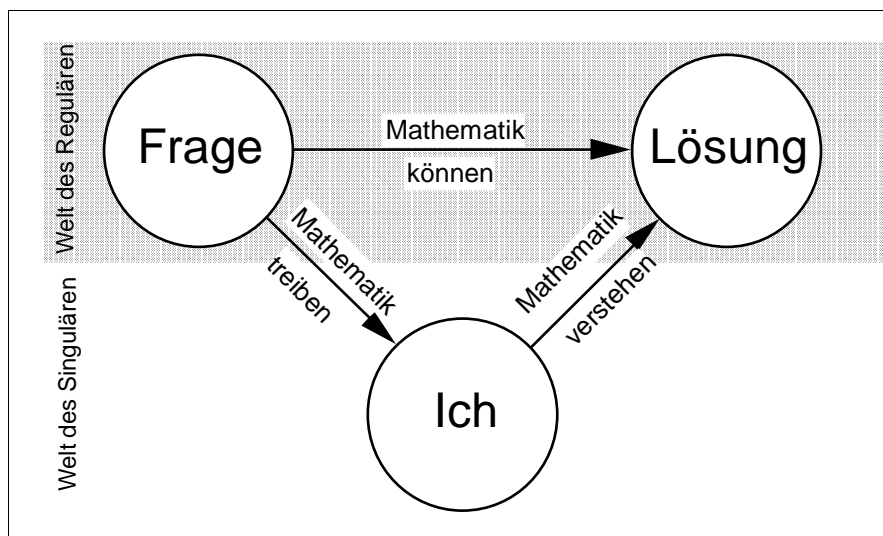
Ich habe meinen Wagen vor einer der vielen Tanksäulen im Einkaufszentrum parkiert. Ein grünes Licht zeigt mir, dass sie frei ist. Der Kunde bedient sich hier selbst. Wenn er getankt hat, leuchtet auf der Säule ein rotes Licht auf; sie ist jetzt blockiert. Der Kunde ergreift das Ticket, das der Apparat ausgestossen hat, und geht zur Kasse, von wo aus die ganze Anlage überwacht wird. Hat er bezahlt, deblockiert der Kassier die entsprechende Säule von einem zentralen Schaltpult aus.

Als ich den Hahnen abhebe, bemerke ich, dass sich das Zählwerk nicht bewegt: Es steht bereits auf Null. Ich tanke, lese ab, wie viel ich eingefüllt habe, öffne das Schiebetürchen und nehme das Ticket aus dem Behälter. Ohne es näher zu besehen, gehe ich zur Kasse, schiebe es dem Kassier hin und will bezahlen. Da ruft dieser aus: "Jetzt ist es passiert!", läuft zur Tanksäule und kommt mit einem Ticket zurück, auf dem der richtige Franken-Liter-Betrag vermerkt ist.

Was stand auf dem ersten Ticket? Können Sie den Vorfall rekonstruieren?

Ganz nebenbei – und das ist das Bezeichnende – ganz nebenbei hat sich beim Formulieren für Urs auch die Lösung des Problems gleichsam wie von selbst eingestellt.

In unserem Diagramm lässt sich das, was sich hier abspielte, durch die zusätzliche Position des Ichs darstellen:



Zwei Kennzeichen trägt unsere erste Begegnung.

1. Das Ich des Lernenden wurde offenbar durch meine provokative Frage aktiviert und
2. durch sein spontanes Schreiben konnte Urs dem Problem gegenüber Tritt fassen.

Der Auseinandersetzung zwischen Frage und Ich sagen wir "Mathematik treiben". Dabei geht es also zunächst gar nicht um die Lösung des Problems, sondern um die ausführliche Erkundung der Frage und ihres Umfelds und zwar so lange, bis die Frage für den Lernenden selbst zu einer echten Frage wird. Bekanntlich ist das Nachplappern eines Fragesatzes noch lange nicht eine echte Frage, die der Lernende sich wirklich stellt. Beim Mathematiktreiben lässt man also die Lösung buchstäblich links liegen. Und was für uns hier entscheidend ist: Man spricht, oder schreibt in der eigenen Sprache, so wie einem der Schnabel gewachsen ist, nicht etwa in einer Fachsprache.

Oft durfte ich erleben, dass intensives Mathematiktreiben bei Lernenden die Lösung erzeugt, ohne dass sie sich dessen überhaupt bewusst waren. Auch bei Urs war es so. Ich musste ihm mehrmals sagen, dass er die Lösung ja schon längst gefunden habe und aufhören könne, die Frage zu wälzen und Mathematik zu treiben. Es stellte sich heraus, dass ihn als Sprachgewandten viel mehr etwas ganz anderes faszinierte, als ich das von meinem Fach her vermutete: Es sind nicht die konzentrierten, eindeutigen und apodiktischen Lösungen unserer Probleme, sondern der ganze mathematische Landschaftsbau rund um das Problem. Die ganze Einbettung der Fragestellung in die Lebenswelt und das Auskosten verschiedener Annäherungen an das mathematische Resultat.

Die dritte Verbindung in unserem Diagramm, das "Verstehen von Mathematik", wird also gleichsam automatisch erzeugt, wenn nur lange genug Mathematik getrieben wird. Und das ist gut so, denn wir Lehrende haben das Verstehen niemals in unserer Hand. Man kann niemanden zum Verstehen bewegen. Das spüren wir ganz intuitiv, wenn wir sagen: "So versteh doch endlich!" Diese Beschwörung erreicht ja meistens gar nichts. Spricht man sie aus, ist es für das Verstehen schon zu spät.

Verstehen stellt sich immer unerwartet ein, es lässt sich nicht planen und organisieren. Ganz im Gegensatz zum "Mathematiktreiben". Dieses lässt sich bestens initiieren und man kann ganz genau angeben, welche günstige Bedingungen dafür sind. Erinnern wir uns an die Begegnung zwischen Urs und mir, so können wir aus ihr die zwei Instrumente herauslesen, die auch beim organisierten Lernen mit Schulklassen das Mathematiktreiben in Gang setzen:

Am Anfang steht immer eine Provokation, mit der der Lernende zum Handeln auf der Sachebene herausgefordert wird. Wir nennen dies die Kernidee. In ihr wird die Sache, um die es geht, verdichtet und in attraktiver, wenn nicht sogar provokativer Weise dargestellt.

Zeig den Lernenden doch von Anfang an das Ganze, aber so, dass sie nicht erschrecken, sondern provoziert werden, selbst etwas damit anzufangen. Gib ihnen eine Kernidee zum Thema.

Danach muss dafür gesorgt werden, dass der Lernende seine Denkspuren schriftlich niederlegt. Wir nennen das Heft, das zu diesem Zweck geführt wird, das Reisetagebuch, oder Lernjournal.

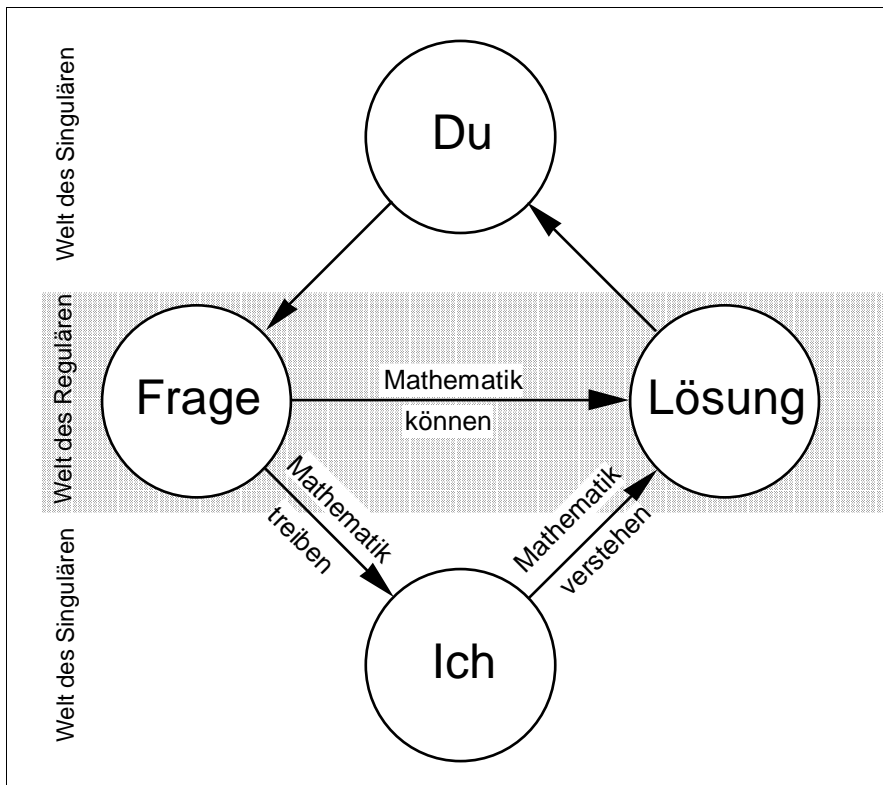
Im Journal oder Reisetagebuch geht es nicht primär um irgendwelche Rechnungen, die möglichst richtig gelöst werden sollen, sondern darum, dass die Schülerinnen und Schüler sich in eigenen Worten zu der Arbeit am Thema äussern.

Um es noch knapper zu sagen, mache ich eine Anleihe bei Martin Wagenschein, der im Zusammenhang mit dem Physikunterricht verlangte, man solle lange Zeit bei der Sprache des Verstehens verweilen und nicht sofort die Sprache des Verstandenen zur Norm erheben.

Bei der Kernidee geht es darum, die kritische Distanz zwischen den Polen "ich will" und "ich kann" einzustellen. Der Lernende muss sich sagen: "Das will ich bearbeiten!", und zugleich denkt er auch: "Das schaffe ich!"

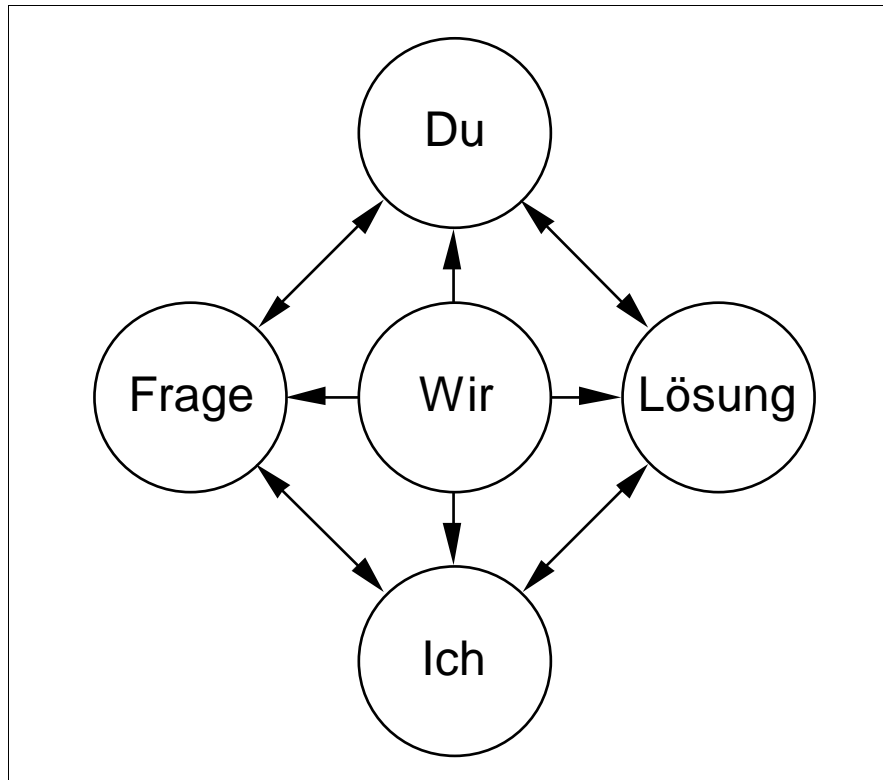
Reisetagebuch	Kernidee
Von der Sprache des Verstehens zur Sprache des Verstandenen	Der Funke springt bei kritischer Distanz zwischen "ich will" und "ich kann"

Mit Reisetagebuch und Kernidee begeben sich Lehrende und Lernende in einen möglichst ausgeglichenen Dialog. Ausgeglichen deshalb, weil der Lehrende auch eine singuläre Position einnehmen und dem Lernenden als Mensch gegenüber treten darf. Er muss nicht als Vertreter der Regularität auftreten. So wird der Lehrende zu einem Du, das die Äusserungen des Ichs zuerst einmal lesen und verstehen muss. Er kennt sie nicht schon im Voraus. Die Du-Position kann aber auch genau so gut von Mitschülerinnen und Mitschülern eingenommen werden.



Entscheidend ist in jedem Fall, dass das Du dem Ich Rückmeldungen gibt und ihm – ebenfalls schriftlich – mitteilt, wie das Geschriebene bei ihm angekommen ist. So ist ja auch der Dialog in der Begegnung zwischen Urs und mir über längere Zeit schriftlich geführt worden.

Mit diesem Diagramm ist symbolisch zum Ausdruck gebracht, wie der eindimensionale Unterricht, der sich nur auf das korrekte Funktionieren der Algorithmen, auf die Horizontale konzentriert, erweitert wird um eine vertikale Dimension: Um den Austausch zwischen einem Ich und einem Du. Dies ist also das Schema für einen Dialogischen Unterricht, hier in einer vervollständigten Version:



Unter erweitertem Unterricht verstehe ich also einen zweidimensionalen Unterricht, in dem auch die vertikale Dimension, der Austausch oder Dialog über die im Reisetagebuch verfügbaren Gedanken zwischen einem Ich und einem Du gepflegt werden. So wird erfahrbar, wie all die Normen und Vorschriften, die es – nicht nur in der Mathematik – gibt, letztlich ein Resultat eines Dialogs sind, also als ausgehandelte Wir-Position eine verbindliche Spielregel markieren. Seien wir uns bewusst, dass gerade in der Wissenschaft alle Normen und gesicherten Ergebnisse letztlich das Resultat eines Dialogs sind, eine Übereinkunft der Sachverständigen. Und es ist letztlich auch die Notwendigkeit des Dialogs, der uns hier zusammenführt. Hier werden neue Normen, neue Wir-Positionen geschaffen.

Erweiterte Lernformen bedeuten für mich die Erweiterung des eindimensionalen Unterrichts auf der Horizontalen der regulären Schnellverbindungen auf einen zweidimensionalen Unterricht, in dem ein singulärer Dialog auf der Vertikalen möglich wird. Auf der Horizontalen gilt das Urteil "richtig" oder "falsch". Auf der Vertikalen muss man umlernen und die Intensität des Dialogs beurteilen. Dass beide Dimensionen gleich stark in Leistungsbewertung und Zeugnisnote am Ende eines Semesters einfließen, sei hier nur nebenbei bemerkt.

Lassen Sie mich diese Situation mit unseren realen Schnellverbindungen, den Autobahnen zum Beispiel, vergleichen. Stellen Sie sich vor, man würde von allen Benutzern verlangen, dass sie die umliegende Landschaft rund um die Autobahn zuerst zu Fuss oder mit dem Fahrrad erkundet haben müssten, bevor sie die Erlaubnis erhielten, die Autobahn im Auto zu befahren. Glauben Sie mir, alle ökologischen Probleme mit dem Autoverkehr wären mit dieser Vorschrift leicht zu lösen. Genau das aber verlangt ein dialogischer Unterricht: Reguläre Schnellverbindungen sind bequem und erleichtern das Handwerk enorm, aber sie sollen in einer sprachlich ausgiebig erkundeten Landschaft eingebettet sein. So kann tatsächlich die berüchtigte Mathematikschädigung, die Schädigung in allen Fächern, vermieden werden.

Der Dreischritt vom Ich über das Du zum Wir ist für Urs und mich zur Kurzformel für den dialogischen Unterricht geworden und dient auch als Titel für unsere Lehrmittel. Hier das Titelblatt des ersten Bandes von "ich du wir 1 2 3":



Diese Lehrbücher sind als sogenannt "zugelassene Lehrmittel" für Sprache und Mathematik im Lehrmittelverlag des Kantons Zürich erschienen. Urs Ruf und ich haben versucht, unsere Kernideen zu Sprach- und Mathematik-Themen der 1. bis 6. Klasse so darzustellen, dass es den Schülerinnen und Schülern möglich ist, eigene Kernideen zu

den zentralen Themen beider Fächer zu entwickeln. Zentrales Instrument dafür sind die 80 Aufträge in *ich du wir 1 2 3* resp. die 235 Aufträge in *ich du wir 4 5 6*, mit denen die Kinder zur eigenständigen Arbeit im Reisetagebuch angeleitet werden (siehe Literaturverzeichnis im Anhang).

Lassen Sie mich zum Abschluss anhand eines Beispiels aus dem 7. Schuljahr zeigen, wie ein Unterricht aussieht, der sich am dialogischen Prinzip orientiert und mit Kernideen und Reisetagebuch arbeitet.

Das Beispiel von Sabrina finden Sie im Anhang als Auszug aus dem ersten Band von "Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik".

Dass das Schreiben eines Reisetagebuchs zum Sichtbarmachen der zum Teil genialen Ideen all unserer Schülerinnen und Schüler nützlich ist, haben nicht wir erfunden. Das belegt ein Zitat, das bereits über 200 Jahre alt ist und gut zu Sabrinas Wurf passt. Es stammt von Physiker und Dichter Georg Christoph Lichtenberg, dessen 200. Todesjahr dieses Jahr zu feiern gewesen wäre.

Wenn jemand alle glücklichen Einfälle seines Lebens dicht zusammen sammelte, so würde ein gutes Werk daraus werden. Jedermann ist wenigstens des Jahrs einmal ein Genie. Die eigentlich so genannten Genies haben nur die guten Einfälle dichter. Man sieht also, wie viel darauf ankommt, alles aufzuschreiben.

Georg Christoph Lichtenberg

Und dass man den Kindern Kernideen der Mathematik geben soll und nicht alle mathematischen Werkzeuge einzeln in wohlabgemessenen Dosierungen, das hat der berühmte Antoine de Saint-Exupéry in seinem Essai *Citadelle* in anderem Zusammenhang 1948 sehr treffend ausgedrückt.

Wenn du ein Schiff bauen willst, so trommle nicht Leute zusammen, um Holz zu beschaffen, Werkzeuge vorzubereiten, Aufgaben zu vergeben und die Arbeit einzuteilen, sondern wecke in ihnen die Sehnsucht nach dem weiten, endlosen Meer.

Antoine de Saint-Exupéry

In einem Satz: Wenn Sie den Kindern die Möglichkeit geben, in ihrer Sprache zu sprechen, wenn Sie ihnen Kernideen der fachlichen Themen offerieren und auf ihre Erfindungen und Entdeckungen antworten, dann wird es spannend und kurzweilig für alle Beteiligten in der Schule. Ich wünsche Ihnen viel Mut und Erfolg dazu.

Anhang:

1. Vom Germanisten Urs Ruf und dem Mathematiker Peter Gallin gemeinsam verfasste Publikationen zum Thema

- *ich du wir 1 2 3, Sprache und Mathematik, 1. - 3. Schuljahr.* Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1995. (Lehrbuch für Lehrenden und Lernenden)
- *ich du wir 4 5 6, Sprache und Mathematik, 4. - 6. Schuljahr.* Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, 1999. (Lehrbuch für die Lehrenden und Lernenden)
- *Sprache und Mathematik in der Schule. Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz.* Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze-Velber 1998.
- *Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik.* Band 1: *Austausch unter Ungleichen. Grundzüge einer interaktiven und fächerübergreifenden Didaktik.* Band 2: *Spuren legen – Spuren lesen. Unterricht mit Kernideen und Reisetagebüchern.* Kallmeyersche Verlagsbuchhandlung, Seelze-Velber 1999.

2. Auszug aus dem ersten Band "Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik"